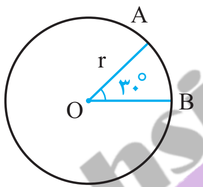
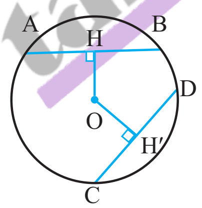
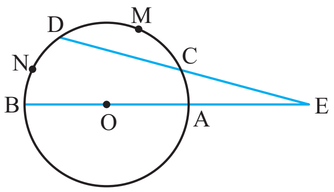
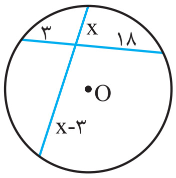
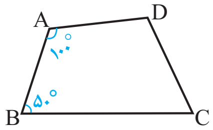
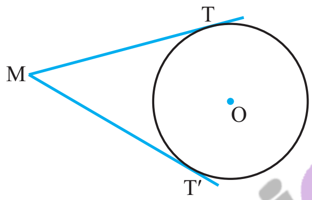
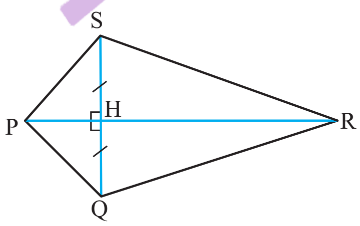
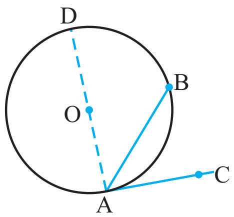
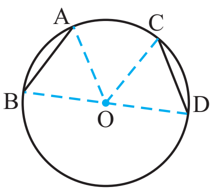
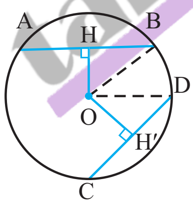
آزمون نیم‌سال اول هندسه۲	آزمون شمارهٔ (۲)	مدت زمان امتحان:۱۰۰ دقیقه
	کل فصل ۱ و فصل ۲ تا ابتدای انتقال	پایهٔ یازدهم ریاضی

ردیف	سؤالات	نمره
۱	درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را تعیین کنید. الف) اگر فاصلهٔ خطی از مرکز دایره از شعاع دایره کمتر باشد، آن‌گاه خط و دایره دو نقطهٔ اشتراک دارند. ب) تمام چندضلعی‌ها، همواره محیطی یا محاطی می باشند. ج) بازتاب شیب خطوط را حفظ می‌کند.	۰/۷۵
۲	در سؤالات زیر، گزینهٔ صحیح را انتخاب کنید. الف) نقطهٔ همرسی نیمسازهای زوایای داخلی یک مثلث، همواره .... آن مثلث است. ۱) مرکز ثقل ۲) مرکز دایرهٔ محاطی داخلی ۳) مرکز دایرهٔ محیطی ۴) مرکز دایرهٔ محاطی خارجی ب) در دو دایرهٔ $C(O,R)$ و $C'(O',R')$ ، اگر $OO'=R+R'$ باشد، آن‌گاه وضع دو دایره نسبت به هم چگونه است؟ ۱) مماس درون ۲) هم‌مرکز ۳) مماس برون ۴) متقاطع ج) بازتاب نسبت به خط، .... نقطهٔ ثابت تبدیل دارد. ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) بی‌شمار	۰/۷۵
۳	واژه‌های زیر را تعریف کنید. الف) زاویهٔ محاطی ب) چندضلعی محیطی ج) تبدیل ایزومتری	۱/۵
۴	ثابت کنید اندازهٔ هر زاویهٔ ظلی برابر است با نصف کمان روبه‌رو به آن زاویه.	۱/۲۵
۵	ثابت کنید در یک دایره، کمان‌های نظیر دو وتر مساوی باهم برابرند.	۱/۵
۶	مطابق شکل اگر زاویهٔ مرکزی قطاعی از دایره، مساوی ۳۰° باشد، در این صورت موارد زیر را محاسبه کنید: الف) طول کمان AB ب) مساحت قطاع 	۱/۵
۷	در دایرهٔ $C(O,R)$ نشان دهید: $AB>CD \Leftrightarrow OH<OH'$ 	۱/۵
۸	در شکل زیر $\overset{\frown}{CMD}=۳۰^\circ$ و $\hat{E}=۳۰^\circ$ می‌باشد. مقدار $\overset{\frown}{BND}$ چه‌قدر است؟ 	۱/۵

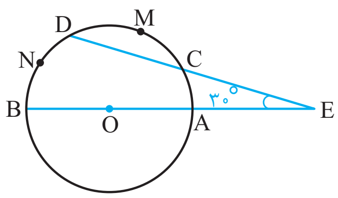
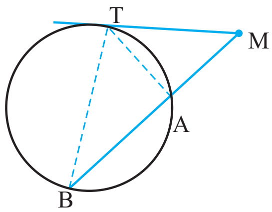
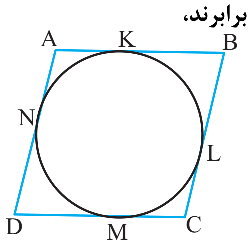
آزمون نیم‌سال اول هندسه۲	آزمون شمارهٔ (۲)	مدت زمان امتحان:۱۰۰ دقیقه
	کل فصل ۱ و فصل ۲ تا ابتدای انتقال	پایهٔ یازدهم ریاضی

ردیف	سؤالات	نمره
۹	با توجه به شکل مقابل، اندازهٔ x را بدست آورید. 	۱
۱۰	هرگاه M نقطه‌ای بیرون دایره باشد و از M مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، ثابت کنید مربع اندازهٔ مماس برابر است با حاصل‌ضرب اندازه‌های دو قطعهٔ قاطع.	۱/۵
۱۱	شعاع‌های دو دایرهٔ ۴ و ۸ سانتی‌متر است. اگر طول مماس مشترک داخلی آن‌ها ۹ سانتی‌متر باشد، فاصلهٔ بین مرکزهای دو دایره را بیابید.	۱
۱۲	نشان دهید اگر یک چهارضلعی محیطی باشد، آن‌گاه مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل، برابر مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل دیگر است.	۱/۵
۱۳	دو زاویهٔ مجاور یک چهارضلعی محاطی 50° و 100° است. قدرمطلق تفاضل دو زاویهٔ دیگر چه‌قدر است؟ 	۱/۲۵
۱۴	هرگاه از نقطهٔ M خارج دایره $C(O,R)$ دو مماس بر دایره رسم کنیم و T و T' نقاط تماس باشند، ثابت کنید: الف) اندازه‌های دو مماس برابرند. ب) پاره‌خط MO نیمساز زاویهٔ TMT' است. 	۱
۱۵	مطابق شکل پاره‌خط AB با خط بازتاب d، نه موازی و نه متقاطع است. ثابت کنید اندازهٔ این پاره‌خط و اندازهٔ تصویرش با هم برابرند. 	۱/۲۵
۱۶	در شکل روبه‌رو PR عمود منصف QS است. با استفاده از ویژگی‌های تبدیل بازتاب، ثابت کنید: $S\hat{P}R = Q\hat{P}R$ 	۱/۲۵
جمع	موفق باشید	۲۰

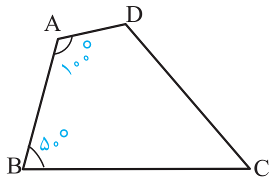
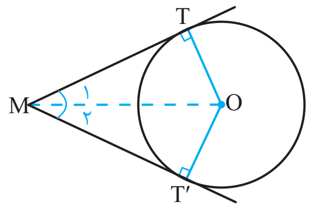
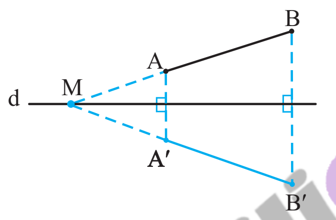
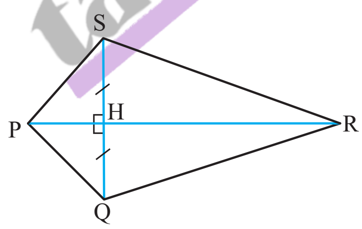
پاسخ تشریحی آزمون نیم‌سال اول هندسه۲	آزمون شمارهٔ (۲)	مدت زمان امتحان:۱۰۰ دقیقه
	کل فصل ۱ و فصل ۲ تا ابتدای انتقال	پایهٔ یازدهم ریاضی

ردیف	پاسخ	نمره
۱	الف) درست ب) نادرست ج) نادرست	۰/۷۵
۲	الف) مرکز دایرهٔ محاطی داخلی ب) مماس برون ج) بی‌شمار	۰/۷۵
۳	الف) زاویه‌ای است که رأس آن روی دایره و اضلاع آن شامل دو وتر از دایره باشند. ب) چندضلعی را محیطی می‌گوییم اگر و فقط اگر دایره‌ای باشد که همهٔ ضلع‌های آن بر دایره مماس باشد. ج) تبدیل‌هایی که طول پاره‌خط را حفظ می‌کنند؛ تبدیلات طولپا (ایزومتری) نامیده می‌شوند.	۱/۵
۴	زاویهٔ ظلی $C\hat{A}B$ را درنظر گرفته و قطری از دایره را رسم می‌کنیم که شامل نقطهٔ A باشد: $D\hat{A}C = 90^\circ \Rightarrow D\hat{A}C = \frac{1}{2}\widehat{DBA}$ (۱) زاویهٔ محاطی: $D\hat{A}B = \frac{\widehat{DB}}{2}$ (۲) $\xrightarrow{(1),(2)} B\hat{A}C = D\hat{A}C - D\hat{A}B = \frac{\widehat{DBA}-\widehat{DB}}{2} = \frac{\widehat{AB}}{2}$  	۱/۲۵
۵	از نقطهٔ O (مرکز دایره) به نقاط A, B, C و D وصل می‌کنیم. لذا با توجه به فرض مسأله داریم: $\left.\begin{array}{l} AB = CD \\ OA = OC = R \\ OB = OD = R \end{array}\right\} \xrightarrow{(\text{ض ض ض})} \overset{\triangle}{AOB} \cong \overset{\triangle}{COD}$ $\Rightarrow A\hat{O}B = C\hat{O}D \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$  	۱/۵
۶	الف) $\widehat{AB} = \frac{\pi r}{180}\alpha \Rightarrow \widehat{AB} = \frac{\pi r}{180}\times 30 = \frac{1}{6}\pi r$ ب) $S = \frac{\pi r^2\alpha}{360} \Rightarrow S = \frac{\pi r^2 \times 30}{360} = \frac{1}{12}\pi r^2$	۱/۵
۷	با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در دو مثلث OHB و $OH'D$ داریم: $\left.\begin{array}{l} \overset{\triangle}{OHB} : OH^2 + HB^2 = OB^2 \\ \overset{\triangle}{OH'D} : OH'^2 + H'D^2 = OD^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} OH^2 + \frac{AB^2}{4} = R^2 \\ OH'^2 + \frac{CD^2}{4} = R^2 \end{array}\right.$ $\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} OH^2 = R^2 - \frac{AB^2}{4} \\ OH'^2 = R^2 - \frac{CD^2}{4} \end{array}\right.$ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که: $AB > CD \Leftrightarrow \frac{AB^2}{4} > \frac{CD^2}{4} \Leftrightarrow R - \frac{AB^2}{4} < R - \frac{CD^2}{4} \Leftrightarrow OH^2 < OH'^2 \Leftrightarrow OH < OH'$  	۱/۵

پاسخ تشریحی آزمون نیم‌سال اول هندسه۲	آزمون شمارهٔ (۲)	مدت زمان امتحان:۱۰۰ دقیقه
	کل فصل ۱ و فصل ۲ تا ابتدای انتقال	پایهٔ یازدهم ریاضی

۸	$\widehat{AC}+\widehat{CMD}+\widehat{DNB}=۱۸۰^\circ$ $\Rightarrow \widehat{AC}+۳۰^\circ+\widehat{DNB}=۱۸۰^\circ \Rightarrow \widehat{AC}+\widehat{DNB}=۱۵۰^\circ \quad (۱)$ از طرف دیگر داریم: $\hat{E}=\dfrac{\widehat{DNB}-\widehat{AC}}{۲}=۳۰^\circ \Rightarrow \widehat{DNB}-\widehat{AC}=۶۰^\circ \quad (۲)$ $\xrightarrow{(۱),(۲)} \widehat{BND}=۱۰۵^\circ$ 	۱/۵
۹	با استفاده از روابط طولی که بین دو وتر متقاطع در داخل دایره برقرار است، داریم؛ $x\cdot(x-۳)=۳\times۱۸ \Rightarrow x^۲-۳x-۵۴=۰ \Rightarrow (x-۹)(x+۶)=۰$ $\Rightarrow \begin{cases} x=۹ \\ x=-۶ \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$	۱
۱۰	از نقطهٔ M خارج از دایره، یک مماس و یک قاطع نسبت به دایره رسم می‌کنیم. حال از نقطهٔ T (محل تماس) به نقاط A و B وصل می‌کنیم. لذا داریم:  زاویهٔ محاطی: $M\hat{T}A=\dfrac{\widehat{AT}}{۲}$ زاویهٔ محاطی: $T\hat{B}A=\dfrac{\widehat{AT}}{۲}$ $\Rightarrow \begin{cases} M\hat{T}A=T\hat{B}M \\ \hat{M}=\hat{M} \quad \text{مشترک} \end{cases} \xrightarrow{\text{ز ز}} \overset{\triangle}{MTA}\sim\overset{\triangle}{MBT}$ در نهایت با توجه به تشابه دو مثلث مذکورداریم: $\dfrac{MT}{MA}=\dfrac{MB}{MT} \Rightarrow MT^۲=MA\cdot MB$	۱/۵
۱۱	$R=۴$, $R'=۸$ طول مماس مشترک داخلی $=\sqrt{d^۲-(R+R')^۲}$ $\Rightarrow ۹=\sqrt{d^۲-(۴+۸)^۲} \Rightarrow ۹^۲=d^۲-۱۲^۲ \Rightarrow d=۱۵$	۱
۱۲	فرض می‌کنیم محل تماس دایرهٔ محاطی این چهارضلعی با اضلاع آن ، نقاط L,M,N و K باشند. حال باتوجه به اینکه طول مماس‌های مرسوم بر یک دایره از یک نقطه خارج از آن، با یکدیگر برابرند، داریم:  $\left.\begin{array}{l} AK=AN \\ BK=BL \\ CL=CM \\ DM=DN \end{array}\right\} \Rightarrow AK+KB+CM+MD=AN+BL+CL+DN$ $\Rightarrow AB+CD=BC+AD$	۱/۵

پاسخ تشریحی آزمون نیم‌سال اول هندسه۲	آزمون شمارهٔ (۲)	مدت زمان امتحان:۱۰۰ دقیقه
	کل فصل ۱ و فصل ۲ تا ابتدای انتقال	پایهٔ یازدهم ریاضی

۱۳	$\left.\begin{matrix}\hat{A}+\hat{C}=180^\circ\\ \hat{B}+\hat{D}=180^\circ\end{matrix}\right\}\Rightarrow\begin{cases}100^\circ+\hat{C}=180^\circ\\ 50^\circ+\hat{D}=180^\circ\end{cases}$ $\begin{cases}\hat{C}=80^\circ\\ \hat{D}=130^\circ\end{cases}\Rightarrow\lvert\hat{C}-\hat{D}\rvert=\lvert 80^\circ-130^\circ\rvert=50^\circ$ 	۱/۲۵
۱۴	الف) $\left.\begin{matrix}\hat{T}=\hat{T}'=90^\circ\\ MO=MO \text{ مشترک}\\ TO=T'O=R\end{matrix}\right\}\xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}}\overset{\triangle}{TMO}\cong\overset{\triangle}{T'MO}$ $\Rightarrow MT=MT'$  ب) $T\hat{M}O=T'\hat{M}O\Rightarrow\hat{M}_1=\hat{M}_2\Rightarrow$ MO نیمساز زاویهٔ TMT' است.	۱
۱۵	پاره‌خط AB را امتداد می‌دهیم تا خط بازتاب را در نقطهٔ M قطع کند. نقطهٔ B'، بازتاب نقطهٔ B را نسبت به خط بازتاب پیدا و پاره‌خط MB' را رسم می‌کنیم. واضح است که تصویر A روی MB' قرار دارد، پس داریم: $\left.\begin{matrix}T(M)=M\\ T(A)=A'\\ T(B)=B'\end{matrix}\right\}\Rightarrow\begin{cases}MB=MB'\\ MA=MA'\end{cases}$ $\left.\begin{matrix}AB=MB-MA\\ A'B'=MB'-MA'\end{matrix}\right\}\Rightarrow AB=A'B'$ 	۱/۲۵
۱۶	$PR\Rightarrow SH=QH$ عمود منصف QS است. حال با استفاده از تبدیل بازتاب T نسبت به خط بازتاب PR داریم: $\left.\begin{matrix}T(S)=Q\\ T(P)=P\\ T(R)=R\end{matrix}\right\}\xrightarrow[\text{طولپاست}]{\text{بازتاب تبدیلی}}\begin{cases}SR=RQ\\ SP=QP\\ PR=PR\end{cases}\xrightarrow{\text{(ض‌ض‌ض)}}\overset{\triangle}{PSR}\cong\overset{\triangle}{PQR}$ $\Rightarrow S\hat{P}R=Q\hat{P}R$ 	۱/۲۵
جمع		۲۰