



آزمون ۴ از ۱۴



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.  
امام خمینی (ره)

**پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی  
سنجش دوازدهم - مرحله دوم  
(۱۴۰۱/۰۸/۲۰)**

**علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)**

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می‌باشد:

**[www.sanjeshserv.ir](http://www.sanjeshserv.ir)**

**مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی**

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون‌های آزمایشی سنجش و بهره‌مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون‌ها، آدرس پست الکترونیکی [test@sanjeshserv.com](mailto:test@sanjeshserv.com) معرفی می‌گردد. از شما عزیزان دعوت می‌شود، دیدگاه‌های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



**کانال تلگرام آزمون‌های آزمایشی سنجش @sanjesheducationgroup**

ویژه پایه دوازدهم

ریاضیات

۱. گزینه ۲ درست است.

$$M = 2(1 - \cos^2 x) - 16 \cos x + 18$$

$$M = -2 \cos^2 x - 16 \cos x + 20$$

$$M = -2(\cos^2 x + 8 \cos x) + 20$$

$$M = -2((\cos + 4)^2 - 16) + 20$$

$$M = -2(\cos + 4)^2 + 52$$

$$\text{چون } -1 \leq \cos \leq 1 \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{\cos x = -1} \text{Max} = 34 \\ \xrightarrow{\cos x = 1} \text{Min} = 2 \end{array} \right. \quad \text{Max و Min اختلاف} = 32$$

۲. گزینه ۳ درست است.

می‌دانیم:  $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$  و  $\tan \alpha = \frac{5}{4}$  = شیب خط

$$\text{عبارت مورد نظر} = \frac{7 + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{7}{\cos^2 \alpha} + \tan^2 \alpha = 7(1 + \tan^2 \alpha) + \tan^2 \alpha$$

$$= 7 + 8 \tan^2 \alpha$$

$$= 7 + 8 \left( \frac{25}{16} \right)$$

$$= 7 + 12.5 = 19.5$$

۳. گزینه ۴ درست است.

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4 \rightarrow 1 - \sin x = 4 + 4 \sin x \rightarrow \sin x = -\frac{3}{5} \text{ ربع سوم} \rightarrow \cos x = \frac{-4}{5} \rightarrow \boxed{\tan x = \frac{3}{4}}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}}{1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2}} \xrightarrow{\text{صورت و مخرج تقسیم بر } \cos^2 \frac{x}{2}}$$

$$\rightarrow \tan x = \frac{\frac{2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}}}{\frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}} - \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{\cos^2 \frac{x}{2}}} \rightarrow \tan x = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 + \tan^2 \frac{x}{2} - 2 \tan^2 \frac{x}{2}}$$

$$\rightarrow \boxed{\tan x = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 - \tan^2 \frac{x}{2}}} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 - \tan^2 \frac{x}{2}} \rightarrow 3 \tan^2 \frac{x}{2} + 8 \tan \frac{x}{2} - 3 = 0$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها (جمع دو مقدار ممکن برای } \tan \frac{x}{2} \text{)} = \frac{-b}{a} = \frac{-8}{3}$$

۴. گزینه ۱ درست است.

$$\frac{n(n-3)}{2} = 54 \rightarrow \boxed{n = 12}$$

$$\alpha = \frac{(n-2)18^\circ}{n} = \frac{10 \times 18^\circ}{12} = 15^\circ$$

هر زاویه داخلی

$$\beta = \frac{36^\circ}{n} = \frac{36^\circ}{12} = 3^\circ$$

هر زاویه خارجی

(روش دوم: زاویه داخلی و خارجی هر رأس مکمل هم‌اند؛ بنابراین:  $18^\circ - 15^\circ = 3^\circ$ )

$$12^\circ = 15^\circ - 3^\circ = \text{اختلاف زاویه داخلی و خارجی یک رأس}$$

۵. گزینه ۳ درست است.

شکل حاصل مستطیل است. براساس تمرین ۷ صفحه ۶۳ کتاب هندسه (۱)، محیط متوازی‌الاضلاع (در مورد لوزی شکل حاصل مستطیل است) پدیدآمده، برابر با مجموع اندازه قطرهای چهارضلعی اولیه است. بنابراین محیط مستطیل پدید آمده  $20 + 30 = 50$  است.

۶. گزینه ۴ درست است.

$$\text{ارتفاع مثلث} = \frac{\sqrt{3}}{2} a = 30$$

مجموع فاصله‌های هر نقطه دلخواه درون مثلث متساوی‌الاضلاع از ۳ ضلع آن

در مثلث متساوی‌الاضلاع محل برخورد میانه‌ها (= ارتفاع = نیمسازها) از هر رأس،  $\frac{2}{3}$  طول میانه (= ارتفاع) است:

$$20 = \frac{2}{3}(30) = \text{فاصله مورد نظر سؤال}$$

۷. گزینه ۲ درست است.

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \xrightarrow{i=2b} 34 = \frac{b}{2} + 2b - 1 \rightarrow b = 14$$

۸. گزینه ۳ درست است.

بر مبنای نتیجه اثبات تمرین ۶ در صفحه ۷۲ کتاب درسی هندسه (۱):

$$S_{\triangle BMN} = \frac{1}{12} S_{ABCD} \quad (1)$$

از طرف دیگر:

$$S_{\triangle DOA} = \frac{1}{4} S_{ABCD} \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow S_{\triangle DOA} = 3 S_{\triangle BMN} = 3 \times 5 = 15$$

۹. گزینه ۱ درست است.

$$\frac{\sin(\frac{\pi}{2} + 14^\circ) - \sin(2\pi + \pi - 14^\circ)}{-\cos(\frac{3\pi}{2} + 14^\circ) - \sin(\frac{3\pi}{2} - 14^\circ)}$$

صرف نظر از دور دایره

$$= \frac{\cos 14^\circ - \sin 14^\circ}{+\sin 14^\circ + \cos 14^\circ} \xrightarrow{\text{صورت و مخرج تقسیم بر } \cos 14^\circ} \frac{1 - \tan 14^\circ}{\tan 14^\circ + 1}$$

$$= \frac{1 - 0.25}{0.25 + 1} = \frac{0.75}{1.25} = \frac{3}{5} = 0.6$$

۱۰. گزینه ۴ درست است.

$$\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{1}{\sin 75^\circ} + \frac{1}{\sin 15^\circ} = \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{6} - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{4\sqrt{6} - 4\sqrt{2} + 4\sqrt{6} + 4\sqrt{2}}{(\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2})} = \frac{8\sqrt{6}}{6 - 2} = \frac{8\sqrt{6}}{4} = 2\sqrt{6}$$

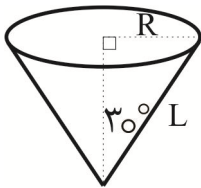
۱۱. گزینه ۱ درست است.

$$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} \rightarrow 1 + 9 = \frac{1}{\sin^2 x} \rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{10}$$

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x = 1 - 2\left(\frac{1}{10}\right) = \frac{4}{5}$$

$$\cos 4x = 2\cos^2 2x - 1 = 2\left(\frac{4}{5}\right)^2 - 1 = \frac{7}{25} = 0,28$$

۱۲. گزینه ۲ درست است.

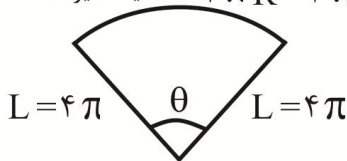


$$\text{مساحت قاعده مخروط} = \pi R^2 \rightarrow 4\pi^3 = \pi R^2 \Rightarrow \boxed{R = 2\pi}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{R}{L} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2\pi}{L} \Rightarrow \boxed{L = 4\pi}$$

بنابراین قطاع حاصل از شکل گسترده مخروط به ابعاد زیر است:

$$\text{محیط دایره قاعده مخروط} = 2\pi R = 4\pi^2$$



«شکل فرضی است»  
قطاع

$$\boxed{\text{زاویه قطاع بر حسب رادیان} \times \text{شعاع قطاع} = \text{طول کمان قطاع}}$$

$$4\pi^2 = 4\pi \cdot \theta \rightarrow \boxed{\theta = \pi}$$

$$S = \frac{1}{2} R^2 \cdot \theta = \frac{1}{2} \times (4\pi)^2 \times \pi$$

$$\boxed{S = 8\pi^3}$$

۱۳. گزینه ۴ درست است.

با فاکتورگیری علامت منفی در کمان  $\tan$ :  $y = 1 + m \tan(Kx - \frac{\pi}{3})$  ضابطه تابع می‌شود.

چون  $(-\frac{\pi}{6})$  اولین مجانب در سمت چپ مبدأ مختصات است:

$$K(-\frac{\pi}{6}) - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2} \rightarrow \boxed{K = 1}$$

$$f(\frac{13\pi}{12}) = 0 \rightarrow 1 + m \tan(\frac{13\pi}{12} - \frac{\pi}{3}) = 0 \rightarrow 1 + m \tan(\frac{3\pi}{4}) = 0 \xrightarrow{\tan(\frac{3\pi}{4}) = -1} 1 - m = 0 \rightarrow \boxed{m = 1}$$

$$f\left(\frac{\pi}{12}\right) = 1 + \tan\left(\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{3}\right) = 1 + \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 1 - 1 = 0 \text{ و } y = 1 + \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \text{ ضابطه تابع به صورت}$$

۱۴. گزینه ۱ درست است.

بیشترین مقدار  $b - a$  برابر با مقدار عددی دوره تناوب تابع  $f(x)$  است:

$$\frac{\pi}{\pi|m|} = \lambda \rightarrow |m| = \frac{1}{\lambda}$$

$$m = \frac{-1}{\lambda}$$

چون تابع  $f(x)$  در بازه  $(a, b)$  نزولی اکید است، پس

$$\begin{aligned} f\left(\frac{\pi}{3}\right) &= 2\sqrt{3} \tan\left(\pi\left(\frac{-1}{\lambda}\right)\left(\frac{\pi}{3}\right)\right) = -2\sqrt{3} \tan\left(\frac{\Delta\pi}{3}\right) \\ &= -2\sqrt{3} \tan\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) \\ &= -2\sqrt{3} \left(-\tan\frac{\pi}{3}\right) \\ &= +2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 6 \end{aligned}$$

۱۵. گزینه ۴ درست است.

$$\left. \begin{array}{l} |a| + b = 3 \\ -|a| + b = -7 \end{array} \right\} \rightarrow \boxed{b = -2}, |a| = 5$$

تابع در همسایگی راست  $x = 0$  نزولی است، پس  $a > 0$ :

$$f(x) = 5 \cos x - 2 \rightarrow f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 5 \cos \frac{\pi}{3} - 2 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

$$4f\left(\frac{\pi}{3}\right) + 3 = 4\left(\frac{1}{2}\right) + 3 = 5$$

۱۶. گزینه ۲ درست است.

با توجه به هم‌ارزی زیر:

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

می‌توان معادله را به صورت  $\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$  خلاصه کرد:

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \pm 1 \rightarrow x + \frac{\pi}{4} = K\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\rightarrow x = K\pi + \frac{\pi}{4}, K \in \mathbb{Z}$$

$$-2\pi \leq K\pi + \frac{\pi}{4} \leq 2\pi \xrightarrow{\div \pi} -2 \leq K + \frac{1}{4} \leq 2$$

$$\frac{-9}{4} \leq K \leq \frac{7}{4} \xrightarrow{K \in \mathbb{Z}} K = -2, -1, 0, 1 \Rightarrow \text{در بازه مورد نظر، معادله ۴ جواب دارد.}$$

۱۷. گزینه ۳ درست است.

دو طرف معادله را بر دو تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \rightarrow \cos \frac{\pi}{3} \sin x + \sin \frac{\pi}{3} \cos x = \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{4} \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = 2K\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = 2K\pi - \frac{\pi}{12} \quad (1) \\ x + \frac{\pi}{3} = 2K\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = 2K\pi + \frac{5\pi}{12} \quad (2) \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} (1) \xrightarrow{K \in \mathbb{Z}} x = \frac{-\pi}{12}, x = \frac{23\pi}{12} \\ (2) \xrightarrow{K \in \mathbb{Z}} x = \frac{5\pi}{12} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{مجموع جوابها} = \frac{9\pi}{4}$$

۱۸. گزینه ۲ درست است.

$$T = 2\left(\frac{5}{4} - \frac{1}{4}\right) = 2 \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 2 \rightarrow |b| = \pi \xrightarrow{b > 0} \boxed{b = \pi}$$

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = 0 \rightarrow a \cos\left(\frac{\pi}{4} + c\right) = 0 \rightarrow \frac{\pi}{4} + c = \frac{\pi}{2} \rightarrow \boxed{c = \frac{\pi}{4}}$$

$$f_{\max} = |a| = \frac{1}{4} \rightarrow a = \pm \frac{1}{4}$$

$$f(x) = \pm \frac{1}{4} \cos\left(\pi x + \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow f(0) = \pm \frac{1}{4} \cos \frac{\pi}{4} \xrightarrow{f(0) > 0} \boxed{a = \frac{1}{4}}$$

$$\frac{b}{ac} = \frac{\pi}{\frac{1}{4} \times \frac{\pi}{4}} = 16$$

۱۹. گزینه ۴ درست است.

$$A \times B = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+3a & 2a-8 \\ b-3 & -2b-2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قطری AB}}$$

$$\begin{cases} 2a-8=0 \rightarrow a=4 \\ b-3=0 \rightarrow b=3 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28 & 12 \\ 9 & 13 \end{bmatrix}$$

$$|A| = -4 - 12 = -16 \rightarrow A^{-1} = \frac{-1}{16} \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{16} & \frac{1}{4} \\ \frac{3}{16} & \frac{-1}{4} \end{bmatrix}$$

$$\alpha \begin{bmatrix} \frac{1}{16} & \frac{1}{4} \\ \frac{3}{16} & \frac{-1}{4} \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28 & 12 \\ 9 & 13 \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\alpha}{16} + \beta = 28, \frac{\alpha}{4} = 12 \rightarrow \boxed{\alpha = 48} \\ \frac{3\alpha}{16} = 9, \frac{-\alpha}{4} + \beta = 13 \rightarrow \boxed{\beta = 25} \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha + \beta = 73$$

۲۰. گزینه ۳ درست است.

دستور ساروس:

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = (4-9-8) - (-8-12+3) = 4$$

$$|(4A^{-1})^3| = |4A^{-1}|^3 = (4^3 \times \frac{1}{|A|})^3 = (4^3 \times \frac{1}{4})^3 = (4^2)^3 = 4^6 = 2^{12} = 4096$$

یادآوری:  $|A^n| = |A|^n$ ,  $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$ ,  $|K \times A_{n \times n}| = K^n \times |A_{n \times n}|$   
 عدد حقیقی غیر صفر

۲۱. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{vmatrix} \alpha^3 & -\beta \\ \beta^3 & \alpha \end{vmatrix} = \alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS = 3^3 - 3 \times 7 \times 3 = -36$$

حاصل دترمینان مورد نظر = -36

$$S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 3$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = 7$$

یادآوری:  $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = S^3 - 3PS$

۲۲. گزینه ۱ درست است.

شرط بی‌شمار جواب:  $\frac{m}{2} = \frac{3}{m-1} = \frac{-4}{4} \rightarrow \boxed{m = -2} \rightarrow A^3 = \begin{bmatrix} |A| & |A| \\ -8 & 2|A| \end{bmatrix}$

از دو طرف دترمینان  $\rightarrow |A|^3 = |A|(2|A|) - (-8)|A|$

$$\rightarrow |A|^3 - 2|A|^2 - 8|A| = 0 \rightarrow |A|(|A|^2 - 2|A| - 8) = 0$$

$$\begin{cases} |A| = 0 \\ |A|^2 - 2|A| - 8 = 0 \rightarrow (|A| - 4)(|A| + 2) = 0 \end{cases} \begin{cases} |A| = -2 \\ |A| = 4 \end{cases}$$

حاصل مقادیر غیر صفر  $|A| = -8$

۲۳. گزینه ۴ درست است.

$$A^T = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$A^T = A^T \cdot A = I \cdot A = A$$

$$A^{2 \times 22} = I, A^{1401} = A$$

$$A^{2 \times 22} - 7A^{1401} = I - 7 \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ -7 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ -7 & -6 \end{bmatrix}$$

$$|A^{2 \times 22} - 7A^{1401}| = 8(-6) - (0 \times (-7)) = -48$$

۲۴. گزینه ۱ درست است.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} 6A^{-1} + A^T - I &= 6 \times \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -6 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ -6 & -3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\det \left( \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ -6 & -3 \end{bmatrix} \right) = 9 - (-18) = 27$$

۲۵. گزینه ۳ درست است.

$$xy = v[x, y] \Rightarrow xy = v \times \frac{xy}{d} \Rightarrow \boxed{d = v} \text{ م.م.ب}$$

$$x + y = 14 \rightarrow \begin{cases} x'd + y'd = 14 \\ (x', y') = 1, d = v \end{cases} \Rightarrow x' + y' = 12$$

$$\begin{cases} x' = 11 \\ y' = 1 \end{cases} \rightarrow |x - y| = |x' - y'| \times d = 10 \times v = 70 \text{ Max}$$

$$\begin{cases} x' = 7 \\ y' = 5 \end{cases} \rightarrow |x - y| = |x' - y'| \times d = 2 \times v = 14 \text{ Min}$$

$$\text{Max} - \text{Min} = 70 - 14 = 56$$

۲۶. گزینه ۱ درست است.

با فرض  $A = xy + x + y$

$$\begin{aligned} A + 1 &= xy + x + y + 1 = x(y + 1) + (y + 1) \\ &= (y + 1)(x + 1) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow A + 1 = (x + 1)(y + 1) = \text{عدد مرکب}$$

زیرا  $x + 1 \geq 2$  و  $y + 1 \geq 2$  (می‌دانیم  $x$  و  $y$  طبیعی‌اند)، بنابراین به عدد هر یک از گزینه‌ها یک واحد اضافه می‌کنیم؛ هر کدام مرکب نباشد ( $A + 1$  اول باشد) جواب مسئله است. فقط عدد ۶۰ چنین ویژگی دارد (۶۱ مرکب نیست).



۲۷. گزینه ۳ درست است.

$$\left. \begin{array}{l} m \mid 9K + 7 \rightarrow m \mid 7(9K + 7) \rightarrow m \mid 63K + 49 \\ m \mid 7K + 6 \rightarrow m \mid 9(7K + 6) \rightarrow m \mid 63K + 54 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$m \mid (63K + 54) - (63K + 49) \rightarrow m \mid 5 \xrightarrow{m \in \mathbb{N}} m = 1, m = 5$$

$m = 6$  = مجموع مقادیر

۲۸. گزینه ۲ درست است.

مطابق مسئله ۲ صفحه ۱۵ کتاب درسی ریاضیات گسسته، عدد  $P$  در تقسیم بر ۶ دارای ۶ حالت است:

$$(1) P = 6K \quad (2) P = 6K + 1 \quad (3) P = 6K + 2 \quad (4) P = 6K + 3$$

$$(5) P = 6K + 4 \quad (6) P = 6K + 5$$

در حالات (۱) و (۳) و (۵) عدد زوج است و اول نیست. در بقیه حالات:

$$(4) P = 3(2K + 1) \rightarrow P = 3K' \rightarrow 3 \mid P \rightarrow \text{اول نیست}$$

لذا فقط حالات (۲) و (۶) باقی می ماند، یعنی عدد  $P$  در تقسیم بر ۶ دو باقی مانده ۱ یا ۵ را دارد. (توجه کنید عکس مطلب در حالت کلی، درست نیست؛ مثلاً  $25 = 6 \times 4 + 1$ ، اما ۲۵ اول نیست).

۲۹. گزینه ۴ درست است.

$$\left. \begin{array}{l} m = 7q + 5 \\ m = 8q' + 7 \end{array} \right\} \xrightarrow{\begin{array}{l} \times 8 \\ \times 7 \end{array}} \left. \begin{array}{l} 8m = 56q + 40 \\ 7m = 56q' + 49 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تفریق دو رابطه}} m = 56(q - q') - 9$$

$$\rightarrow m = 56q'' - 9 \rightarrow m = 56q'' - 56 + 47$$

$$\rightarrow m = 56(q'' - 1) + 47 \rightarrow m = 56K + 47 \rightarrow \text{باقی مانده } m \text{ در تقسیم بر } 56 \text{ برابر } 47 \text{ است.}$$

۳۰. گزینه ۱ درست است.

$$\left. \begin{array}{l} \text{عدد صحیح و فرد } x = 2K + 1 \\ y \mid x + 2 \rightarrow x + 2 = yq \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} 2K + 1 + 2 = yq \\ 2(K + 1) + 1 = yq \\ 2K' + 1 = yq \rightarrow \boxed{y = 2K'' + 1} \end{array}$$

$y$  صحیح و فرد است.

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + 3 &= (2K + 1)^2 + (2K' + 1)^2 + 3 \\ &= 4K^2 + 4K + 1 + 4K'^2 + 4K' + 1 + 3 \\ &= 4\underbrace{K(K + 1)}_{2q} + 4\underbrace{K'(K' + 1)}_{2q'} + 5 \\ &= 4(2q) + 4(2q') + 5 \\ &= 8(q + q') + 5 = 8q'' + 5 \rightarrow \text{در تقسیم بر } 8, \text{ باقی مانده برابر } 5 \text{ است.} \end{aligned}$$

### فیزیک

۳۱. گزینه ۳ درست است.

حداکثر سرعت زمانی است که هم جهت آب حرکت کند.

$$V + V = 2V$$

۳۲. گزینه ۲ درست است.

چون از پشت مبدأ حرکت می کند.  $OA = -10$  و چون در جهت منفی خلاف جهت مثبت  $OX$  حرکت می کند

$$V = -6 \frac{m}{s}$$

$$x = Vt + x_0 \Rightarrow x = -6t - 10$$

۳۳. گزینه ۱ درست است.

چون مخالف هم در حرکت اند.

$$V = 15 + 10 = 25$$

$$t = \frac{x}{V} = \frac{200}{25} = 8s$$

۳۴. گزینه ۴ درست است.

در قسمت اول نمودار شتاب ثابت و مثبت حرکت تندشونده، و در قسمت دوم شتاب صفر و سرعت ثابت و در قسمت سوم شتاب ثابت و منفی پس حرکت کندشونده است و چون از حال سکون شروع به حرکت کرده سرعت اولیه صفر مبدأ  $V$  است.

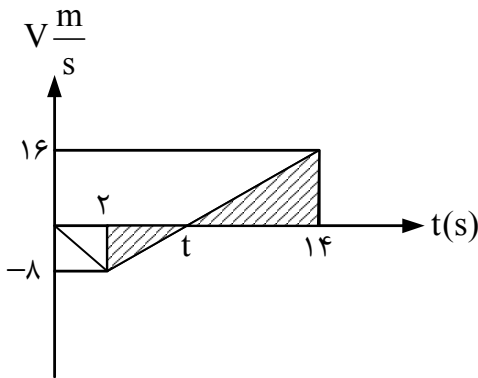
۳۵. گزینه ۲ درست است.

$$x - x_0 = -\frac{1}{2}at^2 + V_0t$$

$$80 = -\frac{1}{2}a \times 4^2 + 40 \times 4 \Rightarrow a = \frac{160}{16} = 10 \frac{m}{s^2}$$

۳۶. گزینه ۲ درست است.

مساحت سطح هاشورخورده:



$$\frac{8}{t-2} = \frac{16}{14-t} \Rightarrow$$

$$(16(t-2) = 8(14-t))$$

$$24t = 144 \Rightarrow t = 6s$$

۳۷. گزینه ۲ درست است.

معادله مکان زمان درجه ۳ است، پس می توان با عمل مشتق گیری در دو مرحله به معادله شتاب زمان رسید:

$$x = 2t^3 - 10t^2 + 8t$$

$$V = 6t^2 - 20t + 8$$

$$a = 12t - 20 \Rightarrow a = 12(2) - 20 = 4 \frac{m}{s^2}$$

یا

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = 12t - 20 \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

۳۸. گزینه ۱ درست است.

شتاب منفی

$$x = \frac{V^2 - V_0^2}{-2ax} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{V_{02}^2}{V_{01}^2}$$

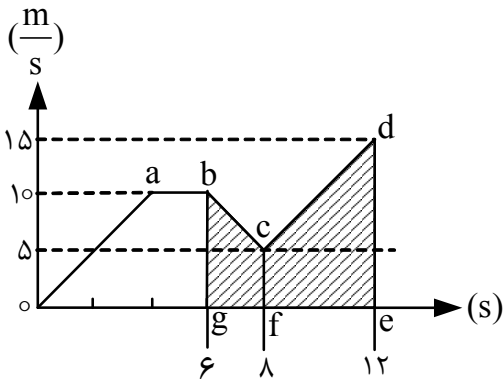
$$\frac{x_2}{50} = \frac{60^2}{30^2} \Rightarrow x_2 = \frac{50 \times 60^2}{30^2} = 200m$$

۳۹. گزینه ۳ درست است.

درجه معادله تعیین کننده نوع حرکت است.

۴۰. گزینه ۴ درست است.

مسافت طی شده برابر است با مساحت زیر نمودار سرعت - زمان

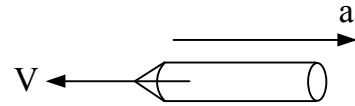


$$x = \frac{bg + cf}{2} \times gf + \frac{de + cf}{2} \times fe$$

$$x = \frac{10 + 5}{2} \times 2 + \frac{15 + 5}{2} \times 4$$

$$x = 15 + 40 = 55 \text{ m}$$

۴۱. گزینه ۱ درست است.

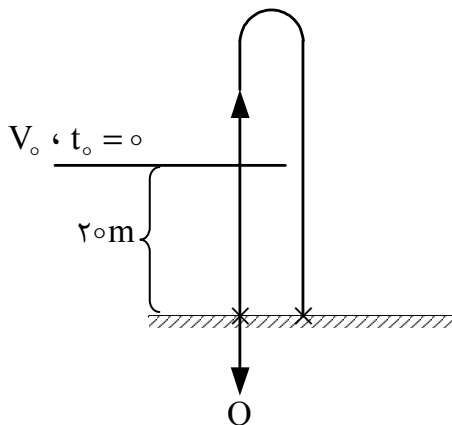


$$x = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}$$

$$x = \frac{V + V_0}{t} t \Rightarrow 0.5 = \frac{40 + 100}{2} \times t \Rightarrow t = \frac{1}{140} \text{ s}$$

$$a = \frac{V - V_0}{t} = \frac{40 - 100}{\frac{1}{140}} = -140 \times 60 = -8400 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۴۲. گزینه ۳ درست است.



مختصات O نسبت به نقطه پرتاب  $\begin{cases} t = 6 \text{ s} \\ h = -20 \end{cases}$

$$h = \frac{-1}{2} gt^2 + V_0 t$$

$$-20 = \frac{1}{2} \times (-10) \times 6^2 + V_0 \times 6$$

$$\frac{-20 + 180}{6} = V_0 \Rightarrow V_0 = \frac{80}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V = -gt + V_0 \Rightarrow V = -10 \times 6 + \frac{80}{3} = \frac{-180 + 80}{3}$$

$$V = \frac{-100}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۴۳. گزینه ۴ درست است.

معادله حرکت برای یک ثانیه آخر

$$t = 0$$

$$h = 25m$$

$$h = \frac{1}{2}gt^2 + V_0 t \Rightarrow 25 = \frac{1}{2} \times 10 \times 1^2 + V_0 \times 1$$

$$V_0 = 20 \frac{m}{s}$$

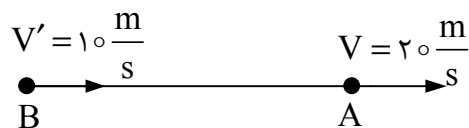
$$V = gt + V_0 \Rightarrow 20 = 10t + 0 \text{ برای مسیر قبل از ثانیه آخر}$$

$$t = 2s \text{ زمان قبل از ثانیه آخر}$$

$$\text{زمان کل } t = 1 + 2s = 3s$$

$$V_0 = 0 \Rightarrow h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 3^2 = 45m$$

۴۴. گزینه ۳ درست است.



$$x_A = Vt$$

شرط رسیدن به هم

$$x_B = x_A + 200$$

$$x_B = \frac{1}{2}at^2 + V't$$

$$\frac{1}{2}at^2 + V't = Vt + 200$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times t^2 + 10t = 20t + 200$$

$$t^2 - 10t - 200 = 0 \Rightarrow \boxed{t = 20s}$$

۴۵. گزینه ۴ درست است.

$$h = \frac{V_0^2}{2g} \text{ ارتفاع اوج}$$

$$\frac{h}{h'} = \frac{\frac{V_0^2}{2g}}{\frac{V_0'^2}{2g}} \Rightarrow \frac{h}{h'} = \frac{1}{6} \Rightarrow \boxed{h' = 6h}$$

$$h' = \frac{V_0'^2}{2g'}$$

۴۶. گزینه ۳ درست است.

$$P = \rho gh \text{ فشار ستون مایع برابر فشار منشورها}$$

$$\Rightarrow \rho gL \text{ منشور = حجمی که در تمام ارتفاع دارای مقطع ثابتی باشد}$$

$$P' = 2\rho g \times 2L = 4\rho gL = 4P$$

۴۷. گزینه ۳ درست است.

$$\rho h = \rho h' \quad 1 \times 272 = 13/6 h' \Rightarrow h' = 20 \text{ cm Hg}$$

$$P = P_0 + P_1 \Rightarrow P = 70 + 20 = 90 \text{ cm Hg}$$

۴۸. گزینه ۴ درست است.

چون هر سه نقطه در یک سطح هستند. فشار در هر سه نقطه برابر است.

$$P_1 = P_2 = P_3$$

۴۹. گزینه ۳ درست است.

چون فشار جو معمولاً  $760 \text{ mm Hg}$  است که همان  $1 \text{ atm}$  است.

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$$

$$\rho_1 \rightarrow \text{Hg}$$

$$\rho_2 \rightarrow \text{H}_2\text{O}$$

$$h_2 = \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2} = \frac{13/6 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 76 \times 10^{-2} \text{ m}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 10/3 \approx 3.3 \text{ m}$$

۵۰. گزینه ۲ درست است.

وزن جسم و وزن مایع جابه‌جا شده هر دو برابر می‌شوند.

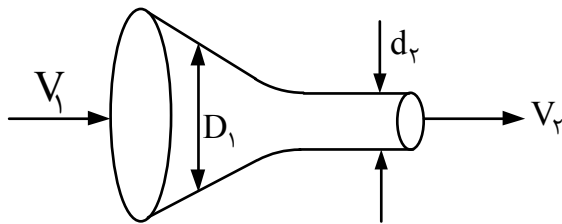
۵۱. گزینه ۱ درست است.

$$P_A = P_B \Rightarrow P_A g h_A = \rho_B g h_B$$

$$\rho_A = \frac{\rho_B h_B}{h_A} = \frac{1/5 \times 4}{10} = \frac{4}{50} = \frac{2}{25} \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{2/25}{1/5} = \frac{2}{5}$$

۵۲. گزینه ۲ درست است.



$$\frac{D_1}{d_2} = \frac{3}{2} \Rightarrow d_2 = \frac{2D_1}{3}$$

$$A_1 V_1 = A_2 V_2$$

$$\frac{\pi D_1^2}{4} \times V_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} \times V_2$$

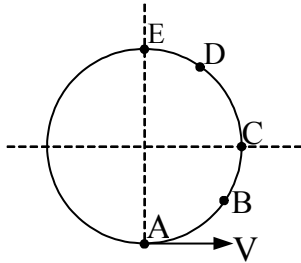
$$V_2 = \frac{V_1 D_1^2}{d_2^2} = \frac{V_1 D_1^2}{(\frac{2}{3} D_1)^2} = \frac{V_1 D_1^2}{\frac{4}{9} D_1^2} = \frac{9}{4} V_1$$

اگر قطر  $d_2$  برابر با  $\frac{1}{n}$  قطر  $D_1$  شود تندی  $(\frac{1}{n})^2$  برابر خواهد شد.

اگر سطح  $A_2$  برابر با  $\frac{1}{n}$  سطح  $A_1$  باشد، تندی  $\frac{1}{n}$  برابر خواهد شد.

$$\frac{1}{n} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow n = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow v_2 = \left(\frac{v_1}{n}\right) \Rightarrow v_2 = \frac{1}{3} v_1 = \frac{1}{3} v_1$$

۵۳. گزینه ۲ درست است.



$$V_A = \sqrt{2gR}$$

$$-V_A^2 = -2gh$$

$$-(\sqrt{2gR})^2 = -2gh$$

$$h = \frac{2gR}{2g} = R$$

$$E_A = E \Rightarrow \frac{1}{2} m V^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2} (2gR) = gh \Rightarrow h = R$$

۵۴. گزینه ۲ درست است.

$$W = (M_1 + M_2)gh = (60 + 20) \times 10 \times 15 = 12000 \text{ J}$$

$$\text{بازده} = \frac{M_2 gh}{(M_1 + M_2)gh} = \frac{20}{80} = \frac{1}{4} = 0.25 \Rightarrow 25\%$$

۵۵. گزینه ۱ درست است.

در نصف ارتفاع اوج نصف انرژی جنبشی اولیه  $\left(\frac{1}{2} m V_1^2\right)$  است. نصف دیگر به صورت انرژی پتانسیل است.

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{1}{2} m V_2^2 \rightarrow \text{بنابراین}$$

### شیمی

۵۶. گزینه ۲ درست است.

زیرا تغییرات آب و هوایی مربوط به لایه تروپوسفر است و دمای هوا همانند فشار تغییرات یکنواختی ندارد.

۵۷. گزینه ۴ درست است.

فرض کنید ۱۰۰ لیتر هوا داریم:

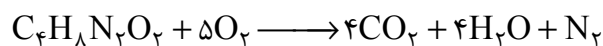
$$\text{جرم نئون} = 100 \text{ L} \times \frac{0.0018}{100} \times \frac{20 \text{ g}}{22.4 \text{ L}} = 1.6 \times 10^{-3} \text{ gNe}$$

$$\text{ppm} = \frac{1.6 \times 10^{-3} \text{ gNe}}{13 \text{ g هوا}} \times 10^6 = 12.3 \text{ ppm}$$

۵۸. گزینه ۲ درست است.

زیرا در  $200^\circ \text{C}$ ، هلیوم به صورت گاز است و  $\text{H}_2$  سبک‌ترین گاز شناخته شده است.

۵۹. گزینه ۱ درست است.

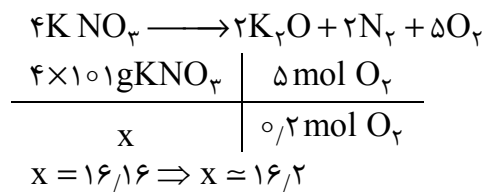
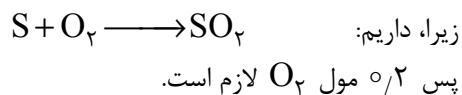


$$116 \text{ g C}_x\text{H}_y\text{N}_z\text{O}_w \quad \left| \quad 5 \times 22.4 \times \frac{100}{21} \text{ L هوا} \right.$$

$$20 \text{ g C}_x\text{H}_y\text{N}_z\text{O}_w \quad \left| \quad x \right.$$

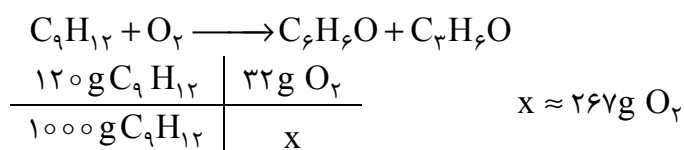
$$x = 92 \text{ L}$$

۶۰. گزینه ۴ درست است.



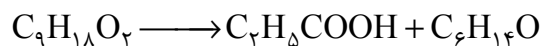
۶۱. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم: (به طور خلاصه)

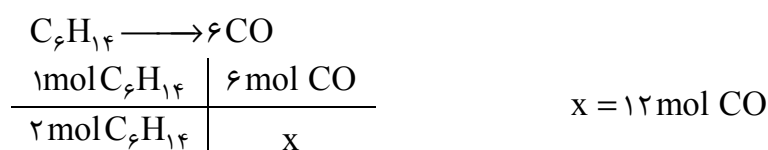


۶۲. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:

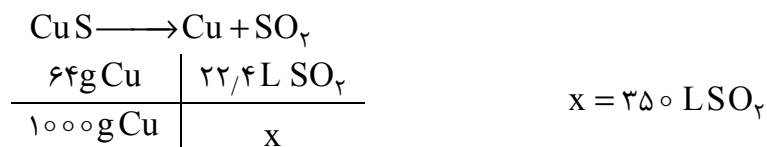


به طور خلاصه:

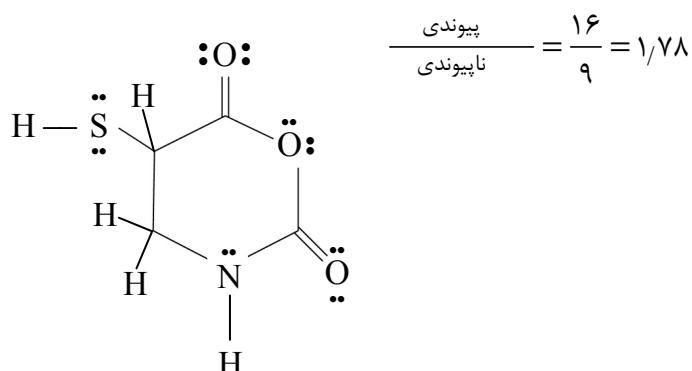


۶۳. گزینه ۱ درست است.

زیرا (به طور خلاصه) داریم:

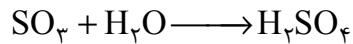


۶۴. گزینه ۴ درست است.



۶۵. گزینه ۱ درست است.

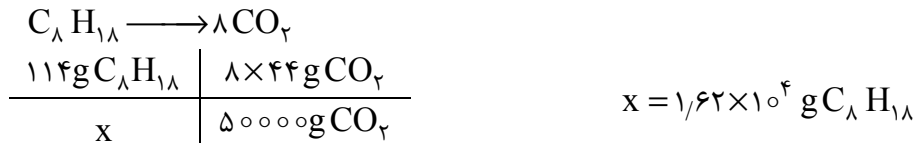
$$\text{mol SO}_3 = \frac{56 \text{ ml}}{22400 \text{ ml}} = 2,5 \times 10^{-3} \text{ mol}$$



$$[\text{H}_2\text{SO}_4] = \frac{2,5 \times 10^{-3} \text{ mol}}{0,25 \text{ L}} = 0,01 \text{ mol.L}^{-1}$$

۶۶. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم: (به طور خلاصه)



$$d = \frac{m}{V} \quad 0,9 = \frac{1,62 \times 10^4 \text{ g}}{x(\text{mL})} \quad x = 18000 \text{ mL} = 18 \text{ L}$$

۶۷. گزینه ۲ درست است.

زیرا سوخت‌های سبز شامل C و H و O هستند و در شیمی سبز هم از منابع طبیعی استفاده می‌شود.

۶۸. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:

$$\text{جرم مخلوط اولیه} = 32 \text{ g} + 46 \text{ g} = 78 \text{ g}$$

و چون یک مول O<sub>۳</sub> تولید شده است، داریم:

$$\text{O}_3 \text{ درصد جرمی} = \frac{48 \text{ g}}{78 \text{ g}} \times 100 = 61,5\%$$

۶۹. گزینه ۴ درست است.

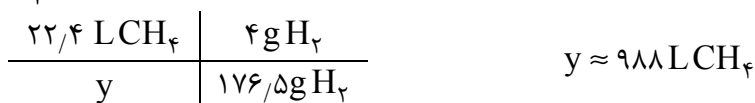
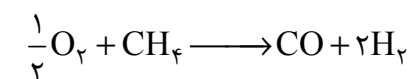
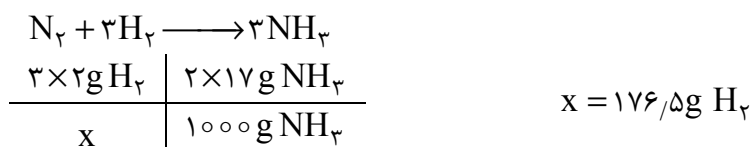
زیرا داریم:

$$\text{C}_3\text{H}_6\text{O} = 58 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$d = \frac{m}{V} = \frac{58 \text{ g}}{22,4 \text{ L}} = 2,6 \text{ g.L}^{-1}$$

۷۰. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:





۷۱. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:

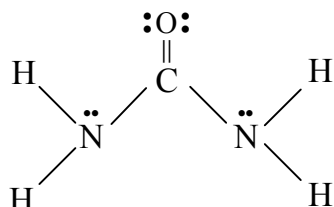
$$C_{12}H_{25}COONa = 236 \text{ g.mol}^{-1}$$

$23 \text{ g Na}$	$236 \text{ g}$ صابون
$0,05 \text{ g Na}$	$x$

$x = 0,5 \text{ g}$  صابون

۷۲. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:

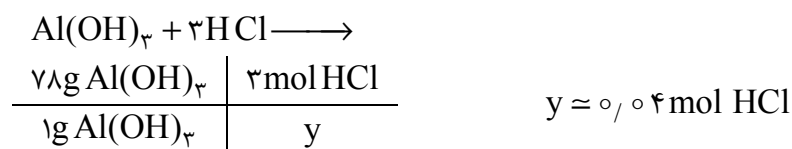


۷۳. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم: (به طور خلاصه)



و داریم:



پس در مجموع،  $0,09 \text{ mol HCl}$  خنثی می‌شود.

۷۴. گزینه ۳ درست است.

زیرا ذرات سازنده سوسپانسیون درشت تر است.

۷۵. گزینه ۱ درست است.

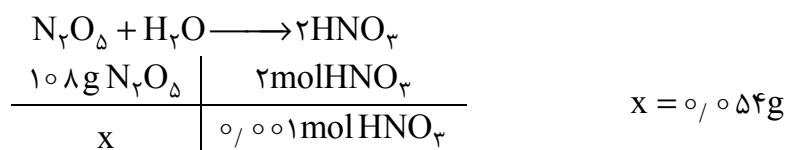
زیرا بخش قطبی آن‌ها به صورت  $R - SO_3^- Na$  است.

۷۶. گزینه ۱ درست است.

زیرا رسوب داخل سماور از نوع کلسیم کربنات بوده و در اسید حل می‌شود و گاز  $CO_2$  تولید می‌کند.

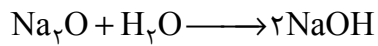
۷۷. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:



۷۸. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:



که بنابراین میزان تولید یونها در این ترکیب بیشتر است.

۷۹. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:

$$[\text{H}^+] = 1,5 \times 10^{-3} \times \frac{5}{100} = 7,5 \times 10^{-5}$$

۸۰. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:

$$[\text{HA}] = 0,5 - 0,1 = 0,4$$

$$[\text{H}^+] = [\text{A}^-] = 0,1$$

$$K_a = \frac{0,1 \times 0,1}{0,4} = 0,025$$



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان بنحش آموزش کشور

بسمه تعالی

خدمتی جدید

## اطلاعیه شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور در خصوص

### برگزاری آزمایشی امتحانات نهایی (تشریحی) دروس عمومی پایه دوازدهم

به اطلاع مدیران، مشاوران و دانش آموزان گرامی می‌رساند:

با توجه به حذف دروس عمومی و تأثیر قطعی معدل کتبی نهایی در نتیجه کنکور سراسری، و برای آشنایی و آمادگی هرچه بهتر دانش آموزان پایه دوازدهم جهت حضور در امتحانات نهایی و ارتقاء سطح نمرات، شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور برای اولین بار نسبت به طراحی و برگزاری آزمایشی **آزمون‌های تشریحی دروس عمومی** اقدام نموده است.

از مهمترین مزایای شرکت در این آزمون می‌توان به موارد ذیل اشاره کرد:

- ✓ آشنایی با سطح علمی سؤالات و نحوه مطالعات کتب درسی جهت شرکت در امتحانات نهایی؛
- ✓ آشنایی با نمونه سؤالات نهایی بعد از حذف دروس عمومی از کنکور سراسری؛
- ✓ ارزیابی کیفی و کمی سطح آگاهی و آمادگی دانش آموزان؛

لازم به ذکر است که جزئیات ثبت نام و نحوه برگزاری آزمون در اطلاعیه‌های بعدی در سایت

شرکت به نشانی [www.sanjeshserv.ir](http://www.sanjeshserv.ir) متعاقباً اعلام خواهد شد.

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان بنحش آموزش کشور